

Прогностическая модель высоты нижней границы слоистой облачности

Громковский А. А. e-mail: aag68@bk.ru
Костылева Л. Н. e-mail: kostyleva12@yandex.ru
Мозиков Б. В.

ФГКВОВУ ВО ВУНЦ ВВС «Военно-воздушная академия им. проф. Н. Е. Жуковского и Ю. А. Гагарина», г. Воронеж, Россия

***Аннотация.** На основе анализа автокорреляции ряда наблюдений проведена структурная идентификация и построены прогностические модели высоты нижней границы слоистой облачности. Проведен анализ значимости параметров моделей для выявления причинно-следственных связей исследуемого ряда метеорологических наблюдений. Изучена возможность использования подхода выявления внутренней структуры временного ряда наблюдений для построения прогностической модели. Проведена оценка стационарности ряда наблюдений исследуемой метеорологической величины для проверки возможности использования построенных моделей в приближении стационарности.*

***Ключевые слова:** Моделирование, прогнозирование, временные ряды метеорологических величин, стационарность временного ряда, оценивание параметров прогностической модели, анализ модели.*

Введение.

Показатель высоты нижней границы слоистой облачности (ВНГО) имеет важное значение для прогностического обеспечения полетов авиации. Краткосрочный прогноз данной метеорологической величины можно осуществлять на основе прогностической модели. Такая модель может быть построена с применением методов анализа временных рядов наблюдений метеорологической величины. В данной работе предлагается строить прогностическую модель на основе выявления внутренней закономерности развития ряда наблюдений метеорологической величины. Структурная идентификация прогностической модели реализуется на основе анализа автокорреляции уровней ряда наблюдений путем построения выборочной автокорреляционной функции (ACF) и частной автокорреляционной функции (PACF) с анализом и выбором подходящих соотношений из заданного набора зависимостей [1-3]. После спецификации

прогностической модели проводится оценивание ее параметров [4]. Выбор наилучшей модели осуществляется на основе критериев качества, которыми в метеорологических приложениях являются оценки погрешности модели. Корректная реализация прогностической модели определяется стационарностью (нестационарностью) исследуемого ряда наблюдений [5-7].

1. Спецификация прогностической модели.

Построение прогноза высоты нижней границы слоистой облачности целесообразно реализовать на основе итерационного подхода к построению прогностических моделей. В основу такого способа прогнозирования положена методика Бокса-Дженкинса [2]. Данная методика предполагает определение прогнозируемого значения исследуемой метеорологической величины на основе нескольких предыдущих значений данной величины (модель авторегрессии, $AR(n)$), либо на основе предыдущих значений случайной компоненты модели и среднего значения прогнозируемой величины (модель скользящего среднего, $CC(m)$), либо комбинации предыдущих значений прогнозируемой величины и случайных компонент (модель авторегрессии и скользящего среднего, $ARCC(n, m)$). Порядок прогностической модели n и m определяется количеством уровней ряда, используемых для построения прогноза. Итерационность подразумевает реализацию процедуры спецификации прогностической модели на основе ряда заданных соотношений, после чего для нескольких отобранных моделей реализуется процедура оценки параметров, далее проводится анализ построенных прогностических моделей, по результатам которого выбирается наилучшая модель [5].

Прогностическая модель высоты нижней границы слоистой облачности строилась на основе архивной выборочной совокупности объемом 11432 наблюдения. Исходными данными служили наблюдения данной метеорологической величины за 2015 – 2019 годы для метеопункта Воронеж. Формирование исходной выборочной совокупности осуществлялось с учетом специфики прогнозируемой метеорологической величины. Для определения критериев успешности прогностических моделей использовалась контрольная выборочная совокупность, сформированная методом случайного отбора на основе архивной выборочной совокупности в соотношении один к трем, объемом 3810 наблюдений.

Структурная идентификация прогностических моделей высоты нижней границы слоистой облачности проводилась на основе автокорреляционной функции (ACF) (рис. 1) и частной автокорреляционной функции (PACF) ряда значений исследуемой

метеорологической величины (рис. 2). На графике PACF ВНГО выделяются выбросы на первом и втором лагах.

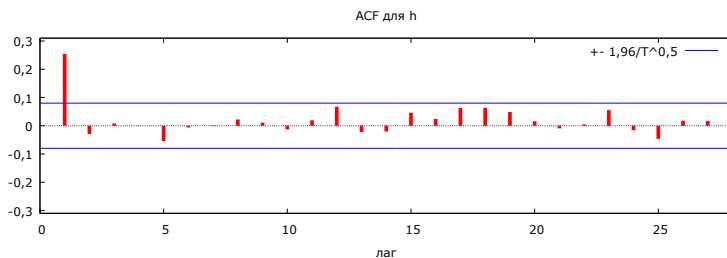


Рис. 1. График ACF ряда наблюдений высоты нижней границы слоистой облачности

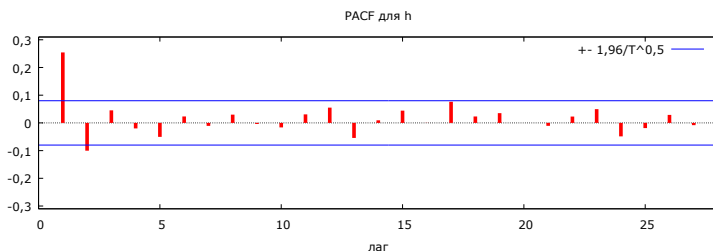


Рис. 2. График PACF ряда наблюдений высоты нижней границы слоистой облачности

График ACF показывает быстрое затухание. Анализ автокорреляции ряда наблюдений высоты нижней границы слоистой облачности позволяет сделать вывод о целесообразности рассмотрения зависимости авторегрессии (АР) первого, второго и более высоких порядков, зависимости скользящей средней (СС) первого, второго порядков. Анализ автокорреляции ряда наблюдений указывает также на целесообразность рассмотрения комбинированной модели авторегрессии и скользящего среднего первого порядка $APCC(1;1)$.

2. Оценивание параметров прогностических моделей.

Параметры специфицированных прогностических моделей оценивались методом максимального правдоподобия [3]. Были построены следующие прогностические модели высоты нижней границы слоистой облачности y_t : соотношения (1) – (6) отражают

модели авторегрессии, формулы (7) – (9) модель скользящей средней, формула (10) – комбинированная модель АРСС.

$$y_t = 0,901 y_{t-1} + \varepsilon \quad (1)$$

$$y_t = 0,510 y_{t-1} + 0,432 y_{t-2} + \varepsilon \quad (2)$$

$$y_t = 0,404 y_{t-1} + 0,306 y_{t-2} + 0,246 y_{t-3} + \varepsilon \quad (3)$$

$$y_t = 0,354 y_{t-1} + 0,246 y_{t-2} + 0,166 y_{t-3} + 0,197 y_{t-4} + \varepsilon \quad (4)$$

$$y_t = 0,308 y_{t-1} + 0,205 y_{t-2} + 0,107 y_{t-3} + 0,112 y_{t-4} + 0,240 y_{t-5} + \varepsilon \quad (5)$$

$$y_t = 0,264 y_{t-1} + 0,185 y_{t-2} + 0,087 y_{t-3} + 0,074 y_{t-4} + 0,185 y_{t-5} + 0,180 y_{t-6} + \varepsilon \quad (6)$$

$$y_t = 202,7 - 0,662 \varepsilon_{t-1} + \varepsilon \quad (7)$$

$$y_t = 202,5 - 0,730 \varepsilon_{t-1} - 0,516 \varepsilon_{t-2} + \varepsilon \quad (8)$$

$$y_t = 203,6 - 0,804 \varepsilon_{t-1} - 0,714 \varepsilon_{t-2} - 0,402 \varepsilon_{t-3} + \varepsilon \quad (9)$$

$$y_t = 0,997 y_{t-1} - 0,859 \varepsilon_{t-1} + \varepsilon \quad (10)$$

3. Анализ прогностических моделей высоты нижней границы слоистой облачности.

Для проведения дальнейшего исследования построенных прогностических моделей была проведена оценка значимости их параметров на основе проверки статистических гипотез с использованием t-статистики критерия Стьюдента [5, 7]. Основная гипотеза H_0 – о незначимости оцениваемого параметра модели, альтернативная гипотеза H_1 – о значимости параметра. При уровне

значимости $\alpha = 0,01$ коэффициенты при уровнях ряда наблюдений y_{t-3} и y_{t-4} прогностической модели AP(6) являются незначимыми. При последующем увеличении порядка зависимости авторегрессии получаются модели с незначимыми параметрами. Параметры других построенных прогностических моделей на уровне $\alpha = 0,01$ демонстрируют статистическую значимость. В результате процедуры оценивания получены статистически значимые, надежные оценки параметров прогностических моделей высоты нижней границы слоистой облачности.

Следующим этапом анализа построенных прогностических моделей высоты нижней границы слоистой облачности была оценка их погрешности. На основе ряда наблюдений контрольной выборочной совокупности для каждой модели были определены: средняя абсолютная ошибка (САО), средняя квадратичная ошибка (СКО), средняя ошибка аппроксимации (СОА). Формулы (11) – (13) демонстрируют соответствующие расчетные зависимости.

$$САО = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |y_t - \hat{y}_t| \quad (11)$$

$$СКО = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_t - \hat{y}_t)^2} \quad (12)$$

$$СОА = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left| \frac{y_t - \hat{y}_t}{y_t} \right| 100 \quad (13)$$

Результаты оценки погрешностей прогностических моделей высоты нижней границы слоистой облачности представлены в табл. 1.

Таблица 1

Погрешности прогностических моделей высоты нижней границы слоистой облачности.

Модель	AP(1)	AP(2)	AP(3)	AP(4)	AP(5)	AP(6)
САО, м	48,4	45,8	44,6	42,5	62,0	61,9
СКО, м	64,2	61,3	59,5	57,1	45,8	55,5
САО, %	45,6	43,3	43,6	43,5	43,3	43,1
Модель	CC(1)	CC(2)	CC(3)	APCC (1;1)		
САО, м	51,7	51,5	51,4	51,5		
СКО, м	38,9	38,7	38,9	37,8		
САО, %	53,8	51,4	48,3	42,3		

Из табл. 1 видно, что при анализе моделей авторегрессии, скользящей средней, авторегрессии-скользящей средней по величинам САО, СКО и СОА минимальную оценку погрешности демонстрирует прогностическая модель авторегрессии-скользящей АРСС(1; 1).

4. Анализ стационарности ряда наблюдений высоты нижней границы слоистой облачности.

Прогностические модели высоты нижней границы слоистой облачности построены при условии стационарности рассматриваемого временного ряда метеорологических наблюдений данного показателя. Проверка корректности такого приближения для построенных прогностических моделей предполагает оценку стационарности исследуемого временного ряда. Были получены соответствующие характеристические уравнения моделей.

Характеристическое уравнение модели АР(1):

$$1 - 0,901 z = 0 \quad (14)$$

Характеристическое уравнение модели АР(2):

$$1 - 0,510 z - 0,432 z^2 = 0 \quad (11)$$

Характеристическое уравнение модели АР(3):

$$1 - 0,404 z - 0,306 z^2 - 0,246 z^3 = 0 \quad (12)$$

Характеристическое уравнение модели АР(4):

$$1 - 0,354 z - 0,246 z^2 - 0,166 z^3 - 0,197 z^4 = 0 \quad (13)$$

Характеристическое уравнение модели АР(5):

$$1 - 0,308 z - 0,205 z^2 - 0,107 z^3 - 0,112 z^4 - 0,240 z^5 = 0 \quad (14)$$

Характеристическое уравнение модели АР(6):

$$1 - 0,264 z - 0,185 z^2 - 0,087 z^3 - 0,074 z^4 - 0,185 z^5 - 0,180 z^6 = 0 \quad (15)$$

Характеристическое уравнение модели СС(1):

$$1 + 0,662 z = 0 \quad (15)$$

Характеристическое уравнение модели СС(2):

$$1 + 0,730 z + 0,516 z^2 = 0 \quad (16)$$

Характеристическое уравнение модели СС(3):

$$1 + 0,804 z + 0,714 z^2 + 0,402 z^3 = 0 \quad (17)$$

Характеристическое уравнение модели АРСС(1; 1):

$$1 - 0,138 z = 0 \quad (16)$$

Для полученных характеристических уравнений были найдены корни, которые приведены в табл. 2-4.

Таблица 2

Модули корней характеристических уравнений прогностических моделей авторегрессии высоты нижней границы слоистой облачности.

Корень	AP(1)	AP(2)	AP(3)	AP(4)	AP(5)	AP(6)
1	1,110	1,041	1,025	1,017	1,011	1,007
2		2,222	1,991	1,722	1,406	1,554
3			1,991	1,703	1,406	1,299
4				1,703	1,446	1,299
5					1,446	1,452
6						1,452

Таблица 3

Модули корней характеристических уравнений прогностических моделей скользящей средней высоты нижней границы слоистой облачности.

Корень	CC(1)	CC(2)	CC(3)
1	1,510	1,392	1,531
2		1,392	1,275
3			1,275

Таблица 4

Модули корней характеристических уравнений прогностических моделей авторегрессии-скользящей средней высоты нижней границы слоистой облачности.

Корень	APCC(1; 1)
AP	1,001
CC	1,042

Из табл. 2 - 4 видно, что корни характеристических уравнений всех рассматриваемых прогностических моделей высоты нижней границы слоистой облачности находятся вне круга единичного радиуса. Данный результат указывает на выполнение требований стационарности временного ряда значений исследуемой метеорологической величины, так как корни характеристического уравнения прогностической модели по модулю больше единицы [2, 6, 7]. Для исследуемого временного ряда наблюдений высоты нижней границы слоистой облачности возможно корректное использование модели авторегрессии-скользящей средней

для построения прогноза в рамках временного интервала наблюдений в приближении стационарности.

Заключение.

Модели, основанные на выявлении закономерности развития временного ряда наблюдений метеорологической величины могут применяться как для стационарных данных, так и для нестационарных [1, 2, 5]. Корректность использования модели для прогнозирования определяется стационарностью исходных данных. В случае нестационарности ряда наблюдений необходимо применять специальные процедуры сведения ряда к стационарному. Для исследуемого ряда наблюдений высоты нижней границы слоистой облачности прогностические модели строились на основе непосредственных данных наблюдений метеорологической величины. Исследование стационарности ряда наблюдений показало возможность использования итерационных прогностических моделей внутренней закономерности (авторегрессия, скользящее среднее, комбинированная модель) для высоты нижней границы слоистой облачности на основе данных непосредственных наблюдений метеорологической величины.

Список литературы

1. Андерсон, Т. Статистический анализ временных рядов / Т. Андерсон. – М.: Мир, 1976. – 756 с.
2. Бокс, Дж. Анализ временных рядов. Прогноз и управление / Дж. Бокс, Г. Дженкинс. – М.: Мир, 1974. кн. 2. – 197 с.
3. Hamilton, J. D. Time Series Analysis / J. D. Hamilton. – Princeton.: Princeton University Press, 1994. – 816 p.
4. Maddala, G. S. Unit Roots, Cointegration and Structural Change / G. S. Maddala, I. M. Kim. – Cambridge: Cambridge University Press, 1998. – 505 p.
5. Дружинин В.С. Методы статистической обработки гидрометеорологической информации / В.С. Дружинин, А.В. Сикан. – СПб.: изд. РГГМУ, 2001. – 168 с.
6. Матвеев, М. Г. Разработка и исследование статистических моделей нестационарного многомерного временного ряда атмосферных температур в условиях неоднородности / М. Г. Матвеев, Е. А. Сирота // Информационные технологии. – 2014. – № 12. – С. 20-24.
7. Громковский, А. А. Моделирование стохастической динамики изменения температуры воздуха для Центрально-Черноземного региона РФ / А. А. Громковский, М. М. Зозуля // Информатика: проблемы, методология, технологии: сб. материалов XVIII международной научно-методической конференции. – Воронеж, 2018. – т. 2. – С. 118-123.